Шифр____1726_77_____

Ставропольский край
Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
2019/20 учебного года

Работа по математике

ученика (цы) 11 класса
муниципального казённого учреждения
«Средняя общеобразовательная школа № 2 »
Нефтекумского городского округа

Чайковского Николая Викторовича
(ФИО полностью)

Учитель Негоднева Татьяна Михайловна
(ФИО полностью)

14 ноябрь 2019 года

Тетрадь

для____

____

учени_________________класса____________

_____________________школы______________

____

____

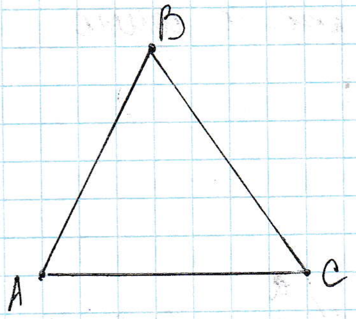
1	2	3	4	5
7	7	7	0	7

итого: 28 б.

Гамзатова С.М

Тамбулатова Р.А.

№1.



Дано: $\triangle ABC$

$\sin\angle A + \cos\angle B = \sqrt{2}$

$\sin\angle B + \cos\angle A = \sqrt{2}$

Найти: $\angle C$ – ?

Решение.

Пусть $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$ тогда,

$\begin{cases} \sin\alpha + \cos\beta = \sqrt{2} \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha + 2\sin\alpha\cdot\cos\beta = 2 \end{cases}$, $\sin\beta + \cos\alpha = \sqrt{2}$, $\sin^2\beta + \cos^2\alpha + 2\sin\beta\cos\alpha = 2$ Возведем оба равенства в квадрат

Сложим оба равенства ($\sin\alpha + \cos\beta > 0$, $\cos\alpha + \sin\beta > 0$)

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \sin^2\beta + 2(\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta) = 4 \quad |:2$

$\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta = 1.$

$\sin(\alpha+\beta) = 1$ т.к. $\alpha \in (0; 180^\circ)$ $\beta(0; 180^\circ)$

$\alpha + \beta = 90^\circ$ # 70

$\Rightarrow \angle C = 180 - (\angle A + \angle B) = 90^\circ$

Ответ: 90°.

№2

1, 2, 3, ..., 18, 19, 20 S_{20} – сумма чисел на доске

$S = \frac{1+20}{2}\cdot 20 = 210$ т.к. одно из чисел стерли то $S_{19} = S_{20} - a$, a - стертое число

т.к. среднее ариф. чисел всех, кроме одного равно оставшемуся числу то

$$S_{AP/cp}\ \frac{S_{19} - b}{18} = b$$

$$b = \frac{S_{20} - a - b}{18}$$

$$b = \frac{210 - a - b}{18} \Big| \cdot 18, \quad a \in \mathbb{N}, \ b \in \mathbb{N}. \quad a > 0 \ \ b > 0 \text{ по}$$

усл. задачи

$$18b = 210 - a - b$$

$$19b = 210 - a$$

$$b = \frac{210 - a}{19}$$ т.к. $a \leq 20$ то

с учетом делимости $b = 10$ при $a = 20$

или $b = 11$ при $a = 1$. (среди чисел

210 - 20 - ~~мин~~. ост. сумма чисел стир. т.е 190

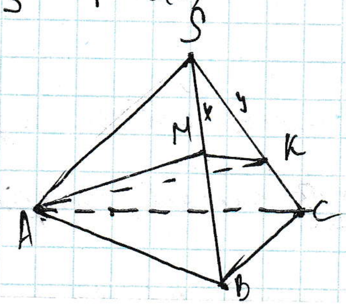
и 209 (210 - 1 - макс. сумма ост. ст.)

только 190 и 209 делятся на 19)

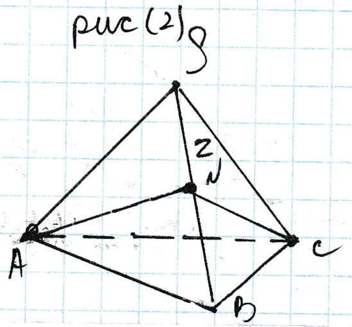
$\Rightarrow a = 1, \ a = 20$

Ответ: 1, 20.

№3 рис(1)



рис(2)



Дано: SABC - правил. тетраэдр
AB = a.

Док-ть: $P_{сеч} > 2a$ если $\Delta \in$ верш. тетр.

Док-во.

Существует 2 случая: когда 1 точка явл. вершиной, 2 другие лежат на ребрах или 1 точка сечения лежит на ребре, 2 другие совп. с вершинами.

Если 1 ~~фигуры~~ явл. верш. и 1 лежит на ребре то (рис (2)) $AN = CN = \sqrt{a^2+z^2-az}$ по т. косинусов

$AN = CN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ при $z = \frac{a}{2}$ и это мин. знач.

AN и CN, $AC = a \Rightarrow P_{ACN} = a(\sqrt{3}+1) > 2a$

Если 2 лежат на разных ребрах, то (рис (1)). то Пусть $SM = x$, $SK = y$ 7б

Тогда $AM = \sqrt{a^2+x^2-ax}$ $AN = \sqrt{a^2+y^2-ay}$, $MN = \sqrt{x^2+y^2-xy}$ по т. косинусов.

$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ при $x = \frac{a}{2}$, $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ при $y = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

и эти знач. миним. для AM и AN (AM и AN - высоты в $\triangle ABS$, $\triangle ACS$). $x = ka$ $y = ma$

$k \in (0;1)$ $m \in (0;1)$. т.к. $x \in (0;a)$ $y \in (0;a)$.

Пусть $MN = (2-\sqrt{3})a$

$\sqrt{a^2k^2+a^2m^2-a^2km} = (2-\sqrt{3})a \quad |:a$

$\sqrt{k^2+m^2-km} = 2-\sqrt{3} \quad |^2$

$k^2+m^2-km = 1-\cancel{4}\sqrt{3}$ ~~km~~ ~~ма~~

$k^2+m^2-km>0$ при $k\in(0;1)$
$m\in(0;1)$.

$1-4\sqrt{3}<0 \Rightarrow$

$k^2+m^2-km > 1-4\sqrt{3} \Rightarrow$

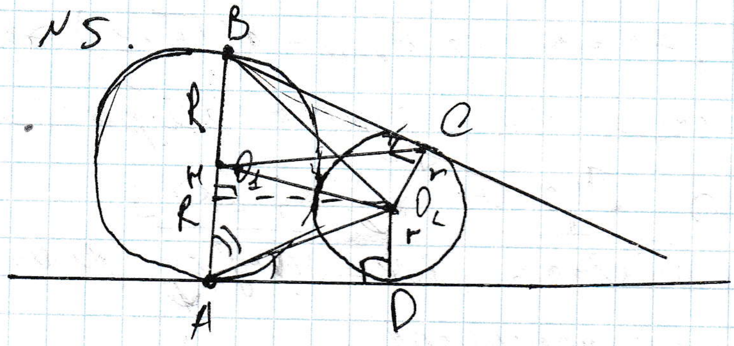
$MN > (2-\sqrt{3})a$

$\Rightarrow P_{min}$ ~~при~~ $2a$ при

любых x и y $\Rightarrow$

$P_{сеч} > 2a$ ч.т.д.

№5.



Дано: ω_1 и ω_2 - окр. с центр. O_1 и O_2 соот.
AD - общая кас. ω_1 и ω_2 - кас.
$AB=2R$ R - рад. ω_1
BC - кас. к ω_2

Док-ть:
$BC=2R$

Док-во.

Соединим O_1O_2 $O_1O_2=R+r$. r - радиус ω_2
в трапеции O_1O_2DA опустим высоту из O_2. $O_2H=AD$ $O_1H=R-r$

по т. Пифагора $AD = O_2M = \sqrt{(R+r)^2-(R-r)^2} = 2\sqrt{Rr}$

$AO_2 = \sqrt{4Rr + r^2}$

$\cos\angle O_2AB = \sin\angle O_2AD = \frac{r}{AO_2}$ $(\angle O_2AB + \angle O_2AD = 90^\circ)$

по т. косинусов: $BO_2 = \sqrt{AB^2 + AO_2^2 - 2\cdot AB\cdot AO_2\cdot\cos\angle O_2AB}$

$= \sqrt{4R^2 + r^2 + 4Rr - 4Rr} = \sqrt{4R^2+r^2}$

7б.

по т. Пифагора: $BC = \sqrt{BO_2^2 - O_2C^2} =$

$= 2R$ ч.т.д.